

AUTOGRAPH

Matemática Dinâmica na Sala de Aula

© Alan Catley alan@catley.org

Tradução e adaptação
Maria João Peres wwwmat@netcabo.pt

ÍNDICE

Tarefa 1 – Sorri, estás no Autograph!.....	1
Tarefa 2 – A circunferência de nove pontos de Euler	2
Tarefa 3 – Sólidos no espaço	4
Tarefa 4 – Rectas verticais e horizontais	6
Tarefa 5 – Funções quadráticas	7
Tarefa 6 – Derivada de uma função quadrática.....	8
Tarefa 7 – Transformações geométricas no plano (*).....	9
Tarefa 8 – Adição e subtracção de vectores.....	12
Tarefa 9 – Ângulos na circunferência	13
Tarefa 10 – Volumes de revolução	14
Tarefa 11 – Inserir imagens no Autograph	15
Tarefa 12 – Funções definidas por ramos	16
Tarefa 13 – Tratamento de dados inteiros (uma variável).....	17
Tarefa 14 – Diagramas de dispersão (duas variáveis).....	18
Tarefa 15 – Mínimos quadrados (*)	19

(*) As tarefas 7 e 15 destinam-se ao professor e apresentam-se como propostas de desenvolvimento da aula; as restantes tarefas foram concebidas para serem desenvolvidas directamente pelos alunos.



Tarefa 1

Sorri, estás no Autograph!

Quando se trabalha no Autograph convém reflectir sobre a definição dos eixos que melhor se adequa a cada tarefa, em vez de aceitar simplesmente as definições predefinidas – em particular, importa definir a chave de modo a que o seu conteúdo seja facilmente lido de qualquer ponto da sala de aula. Uma sugestão: criar um ficheiro Autograph com o aspecto pretendido e gravá-lo no ambiente de trabalho com a opção “Guardar como...”.



Abre uma nova página 2D e clica ‘Editar Eixo’ para definir:

x entre -2.4 e 2.4,
y entre -1.2 e 1.2

No separador *Opções* > *Chave* altera o *Máximo de Entradas* para 1.

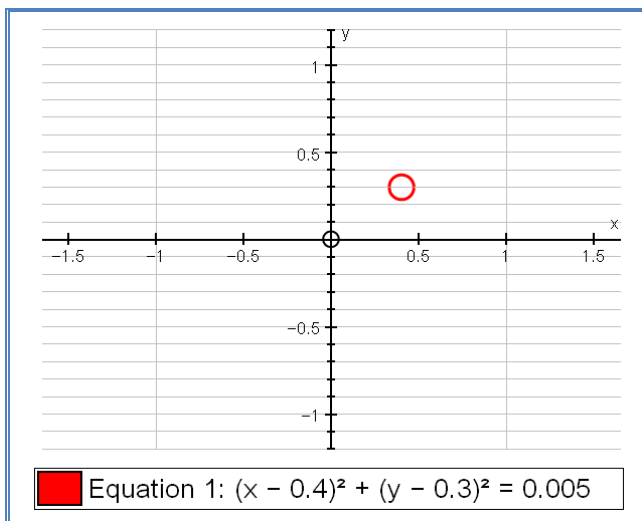
No separador *Aspecto* > *Chave* > *Texto* > *Editar Tipo de Letra* altera o tamanho para 22.



Clica em *Modo de Aspecto Igual*.



Insera (ou copia e cola) a seguinte equação:
 $(x - 0,4)^2 + (y - 0,3)^2 = 0,005$



Elimina os eixos.



Insera (ou copia e cola) as equações ao lado.



Clica em *Controlador de Constantes* > *Opções* e escolhe:

Gráfico da Família de Funções
Início 0,5 - Fim 3 – Incremento 0,5

Insera a equação:

$$(x + 0,4)^2 + (y - 0,3)^2 = 0,005$$

Depois a equação:

$$y = -(0,25 - x^2)^{0,5} - 0,25$$

E finalmente a equação:

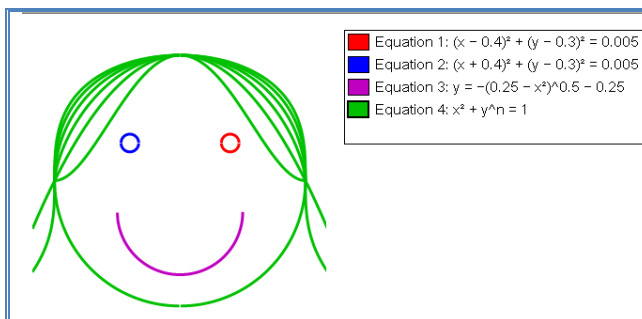
$$x^2 + y^n = 1$$



Clica em *Chave à Direita*.



Selecciona as linhas e clica em *Cor da Linha* para mudar as cores dos olhos, da boca e do cabelo.



Será preciso seleccionar todas as linhas para mudar a cor do cabelo?



Tarefa 2

A circunferência de nove pontos de Euler

Esta tarefa foi concebida para treinar a selecção de objectos e o uso concomitante do botão direito do rato.

Para seleccionar mais do que um objecto ao mesmo tempo, pode-se:

- manter a tecla “shift” pressionada enquanto se seleccionam objectos com o rato,

ou

- seleccionar o Modo de Quadro Branco  na barra de ferramentas.

Atenção! ANTES de iniciar uma nova selecção no modo , importa SEMPRE clicar num ponto da zona longe de qualquer objecto para limpar eventuais selecções anteriores.



Clica em *Editar Eixos > Opções* para eliminar a *Chave*.



Selecciona *Modo de Aspecto Igual*.



Insere quaisquer três pontos na folha.




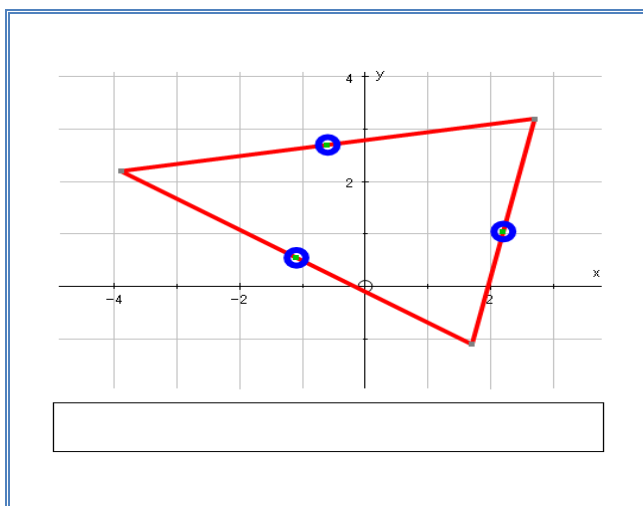
Selecciona **dois** desses pontos e clica no botão direito para construir um *Segmento de Recta*.



Repete o processo para os outros dois pares de pontos.



Selecciona os **três** segmentos e usa  para dar a todos a mesma cor.



Elimina os eixos.



Selecciona um par de pontos e clica no botão direito para marcar o *Ponto Médio*.



Repete com os outros dois pares de pontos.

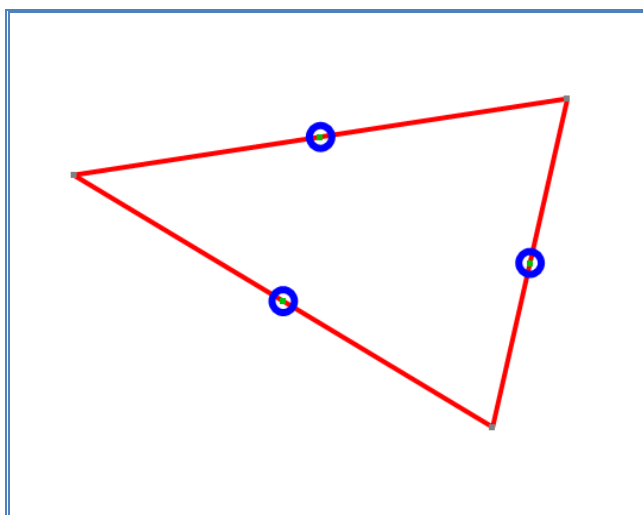


Selecciona cada um dos pontos médios e clica no botão direito para construir *Círculo*; define $r = 0,15$

Esta é uma forma de referenciar pontos que se pretendem destacar e/ou animar.



Selecciona os três círculos e dá a todos uma mesma cor.



Vais agora construir as três alturas do triângulo.



Selecciona um vértice e o lado oposto; usa o botão direito para traçar *Linha Perpendicular*.



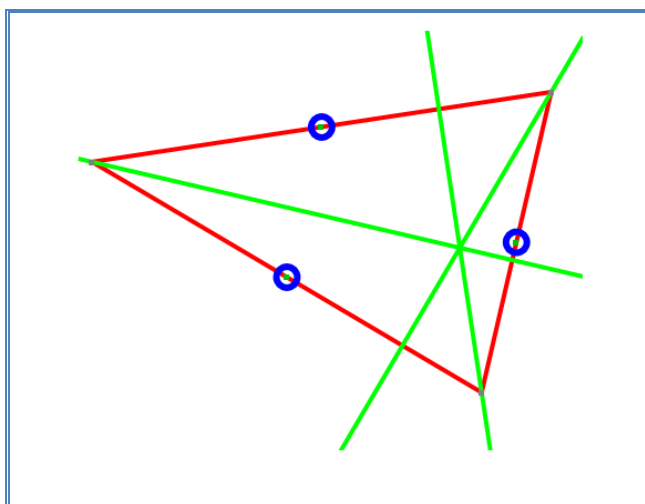
Repete o processo com os outros dois vértices.



+ Em *Modo de Ponto*, **pressiona a tecla 'Ctrl'** e desloca o rato junto ao pé de cada altura. Na intersecção das duas linhas, **a forma do cursor muda para círculo; usa o botão esquerdo** para inserir um ponto nessa intersecção.



Repete o processo com as duas outras perpendiculares (as alturas do triângulo).



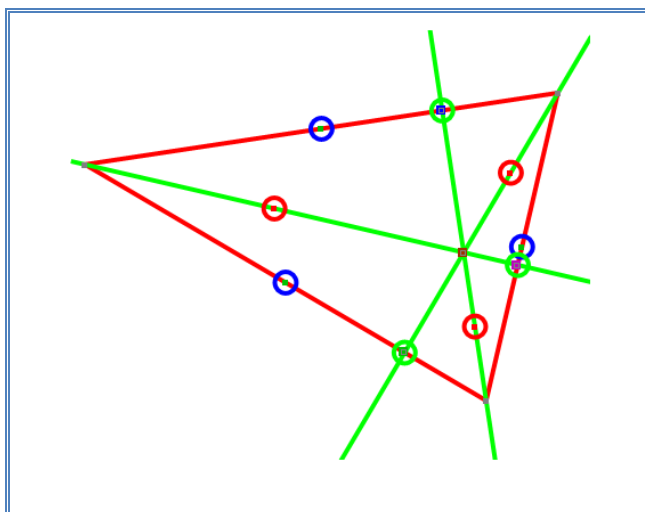
+ Em *Modo de Ponto*, **pressiona a tecla 'Ctrl'** e desloca o rato sobre a intersecção das três alturas (o ortocentro); insere aí um ponto.



Selecciona o **ortocentro** e **um** dos vértices; clica no botão direito do rato e escolhe *Ponto Médio*.



Repete o processo com os outros dois vértices.



Observa a figura ao lado: repara como os círculos pequenos ajudam a referenciar cada um dos nove pontos da circunferência de Euler.

A circunferência de nove pontos de Euler

Os nove pontos, a saber:

- 3 pontos médios nos lados do triângulo original,
 - 3 intersecções dos lados com as alturas
 - 3 pontos médios entre o ortocentro e cada vértice,
- estão sobre uma mesma circunferência.



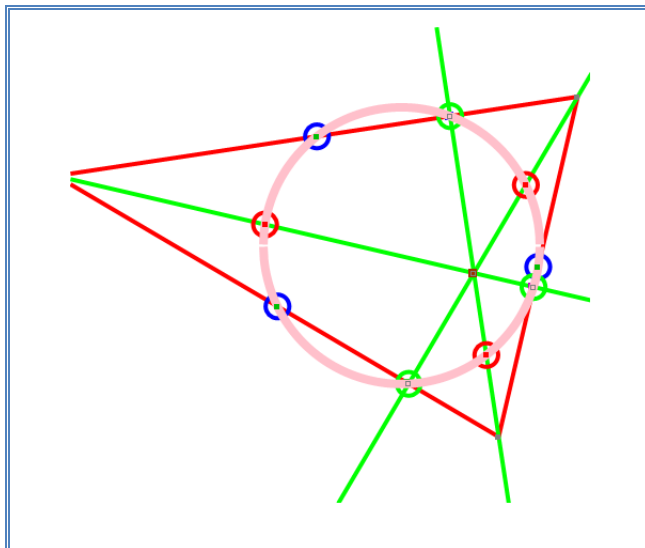
Selecciona **quaisquer três** (só três!) destes pontos e clica no botão direito para seleccionar *Círculo*.



Selecciona a circunferência e altera a espessura da linha para 4½ pt



Selecciona qualquer um dos vértices do triângulo original e desloca-o. Que observas?



Por fim... és capaz de demonstrar este resultado?

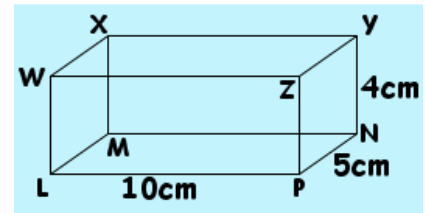


Tarefa 3

Sólidos no espaço

O Autograph é uma ferramenta excelente para a visualização de figuras tridimensionais.

O paralelepípedo da figura pode ser reproduzido numa página 3D e usado dinamicamente na resolução de inúmeras tarefas – problemas geométricos ou trigonométricos, por exemplo.



Abre uma página 3D no Nível Avançado.



Clica em *Eixos > Opções* para eliminar a *Chave*.



Clica em *Inserir Coordenadas* para marcar os pontos L, M, N e P.



Clica *Reduzir* até visualizar os quatro pontos.



Selecciona **apenas** os pontos L e P e clica no botão direito para construir um *Segmento de Recta*.



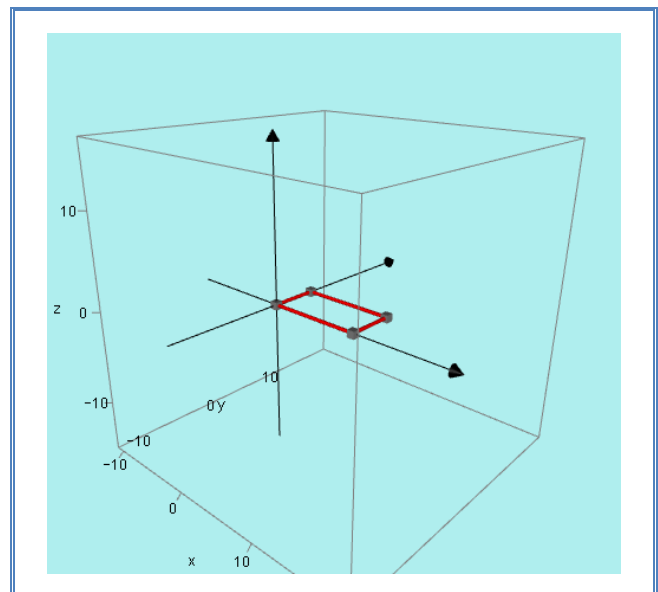
Repete o processo para os outros três pares de pontos. Deves obter a figura ao lado.



Selecciona os **quatro** segmentos



Clica *Cor da Linha* para dar a todos a mesma cor.



Notas:

1. Para ampliar, pressiona Ctrl e desloca o rato.
2. Para ajustar a posição da figura, pressiona 'Shift' e desloca o rato.



Repete as instruções anteriores para os pontos W, X, Y e Z.

Para remover os limites exteriores do 'cubo':



Clica *Mostrar Caixa* ou



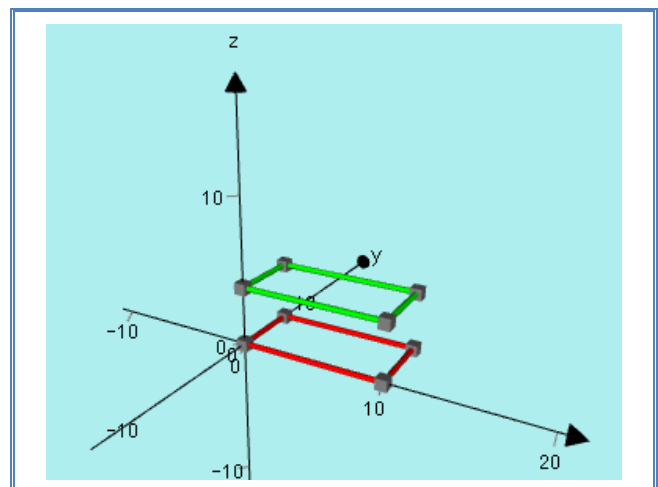
Clica *Eixos > Editar Eixos > Opções > Remover Caixa de Caracteres*.



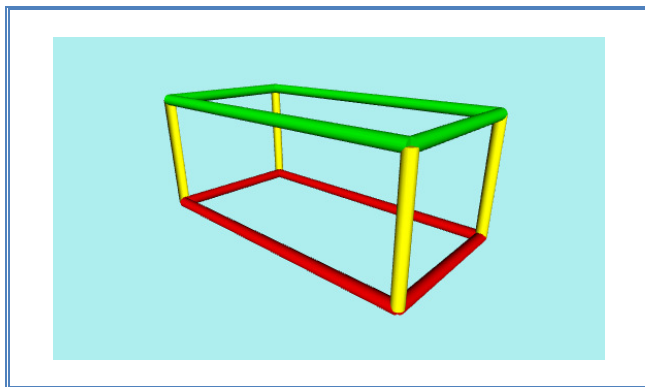
Traça [LW], [MX], [NY] e [PZ].



Clica *Cor da Linha* para dar a todos a mesma cor.



Na figura ao lado os eixos foram removidos para se poder observar melhor a representação dinâmica do paralelepípedo inicial.

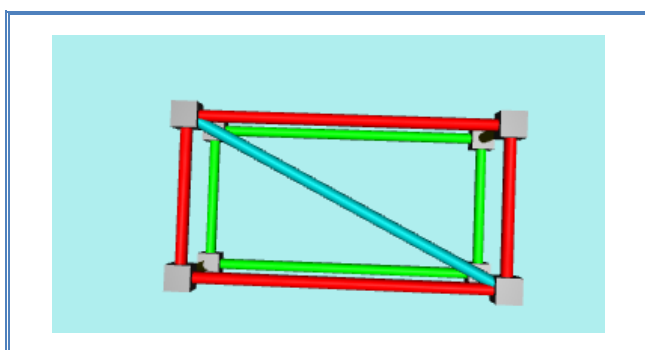


O ficheiro pode agora ser usado para pesquisar, por exemplo, quais das seguintes afirmações são verdadeiras:

- A medida do comprimento de $[LN]$ é 15 cm
- A medida do comprimento de $[XP]$ é 11 cm
- A amplitude do ângulo $LN\hat{Y}$ é 90°
- A amplitude do ângulo $MP\hat{X}$ é $19,7^\circ$
- A amplitude do ângulo formado pelos planos PNY e PNW é $61,8^\circ$.

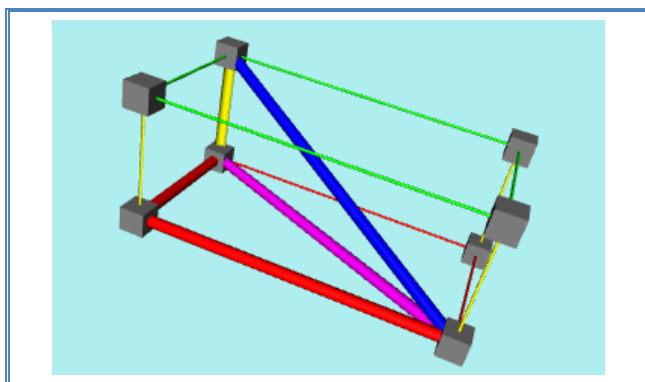
A figura ao lado permite visualizar $[LN]$.

A figura pode ser rodada e fixada na posição mais conveniente.

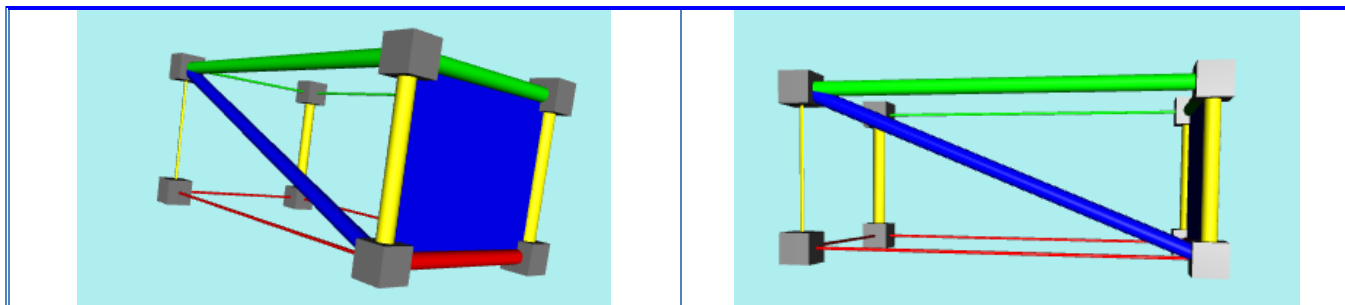


Na figura ao lado construíram-se $[MP]$ e $[PX]$ para determinar a amplitude do ângulo $MP\hat{X}$.

Para melhorar as condições de observação, diminuiu-se a espessura das arestas irrelevantes para a resposta. De novo, a figura pode ser rodada e fixada na melhor posição.



Abaixo tens duas vistas do plano PNY e da recta PW que mostram a trigonometria necessária para o cálculo da amplitude do ângulo entre os planos PNY e PNW . Para visualizar o plano sombreado, selecciona **três** pontos, clica no botão direito e depois em *Agrupar na Forma...* **duas vezes**.





Tarefa 4

Rectas verticais e horizontais



Abre uma página 2D no Nível Padrão.



Escolhe *Modo de Aspecto Igual*.



Insere o ponto (1,3), como mostra a figura.



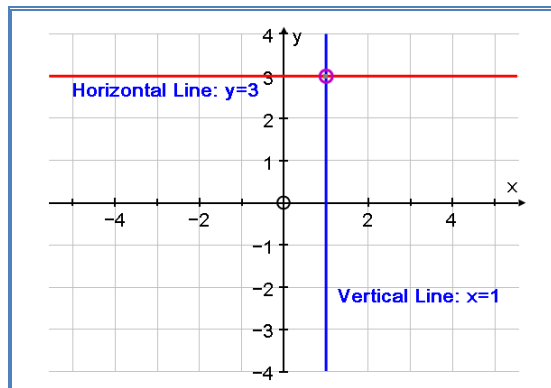
Selecciona o ponto e, no menu *Object*, escolhe *Linha Vertical*.



Selecciona a linha vertical (observa que a cor muda para preto) e clica no botão direito para inserir uma *Caixa de Texto*.



Selecciona de novo o ponto e acrescenta uma *Linha Horizontal* com *Caixa de Texto*, tal como mostra a figura.

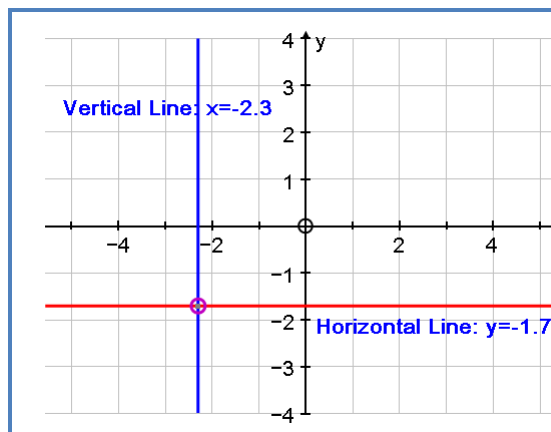


Selecciona o ponto e desloca-o, da esquerda para a direita. Observa o que muda numa das caixas de texto.

De seguida desloca o ponto para cima e para baixo, observando de novo as alterações nas caixas de texto.



Altera o incremento para 0,1 e desloca o ponto no plano. Observa as caixas de texto!



Conjectura: que equações representam, respectivamente:

a) rectas verticais?

b) rectas horizontais?

Explica e fundamenta, por **palavras tuas**, a conjectura feita.



Tarefa 5

Funções quadráticas: o coeficiente 'a' em $y=ax^2$



Abre uma página 2D no Nível Padrão.



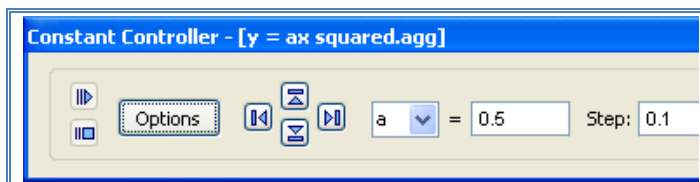
Escolhe *Modo de Aspecto Igual*.



Insere a equação $y = ax^2$



Selecciona o *Controlador das Constantes*

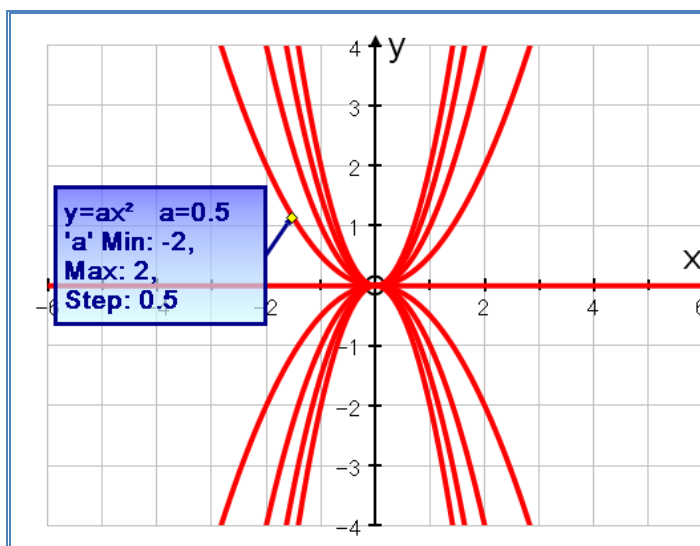
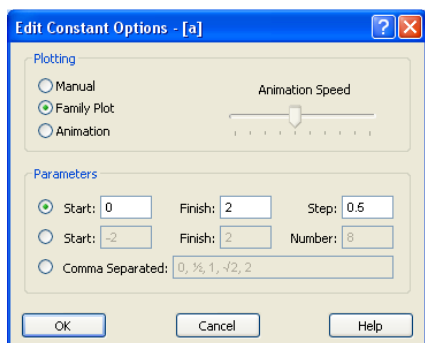


Altera o valor de 'a' e investiga o efeito dessas alterações no gráfico.

Usa as setas **cima/baixo** para fazer variar 'a' e as setas **esquerda/direita** para alterar o incremento.

Selecciona *Opções* e depois *Gráfico da Família de Funções*.

Altera *Fim* para 2, Incremento para 0,5 e clica em OK.



Torna a seleccionar *Opções* e altera agora o *Início* para -2. Insere uma *Caixa de Texto* e explora a opção *Animação*.



Explica, por **palavras tuas**, o que acontece ao gráfico da função $y=ax^2$ quando se faz variar o coeficiente 'a'.

No verso desta folha, traça **dois** esboços separados do gráfico de $y = x^2$.

No primeiro acrescenta o esboço do gráfico de $y = 0.5x^2$.

No segundo acrescenta o esboço do gráfico de $y = -3x^2$.

Legenda adequadamente cada uma das curvas com a respectiva equação e indica a escala utilizada em **ambos** os eixos.



Tarefa 6

Derivada de uma função quadrática



Abre uma página 2D no Nível Avançado.



Insere a equação $y = x^2$



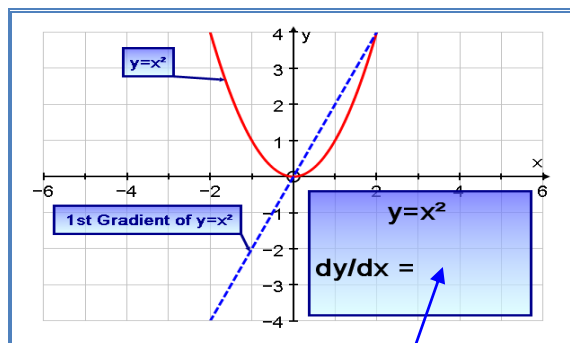
Selecciona *Modo de Traçado Lento ...*



... e *Função Gradiente*.



Usa o botão *Pausa* (ou a barra de espaços) para avançar sempre que o traçado pára.



Escreve a equação relativa ao gráfico da função derivada no espaço correspondente.

A expressão geral da função quadrática é

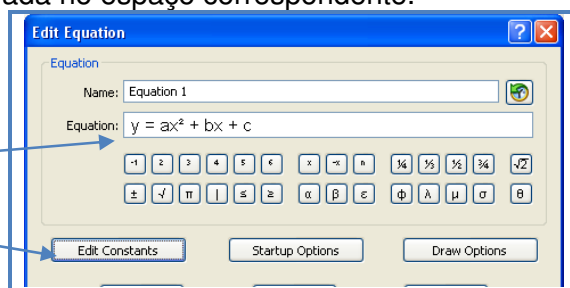
$$y = ax^2 + bx + c$$



Selecciona o gráfico de $y = x^2$ e abre menu *Objecto*

> *Editar equação*:

Selecciona *Editar Constantes*, altera c para 0



Pesquisa e regista a equação relativa ao gráfico da função derivada:

$$y = x^2 + x$$

$$y' = \dots\dots\dots$$

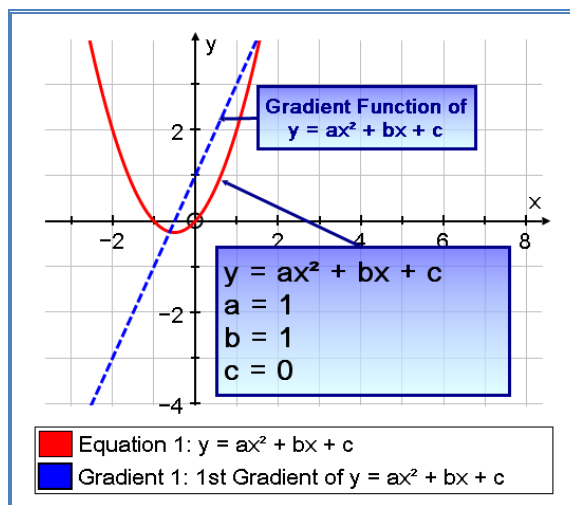


Usa o *Controlador de Constantes* para fazer variar os valores de **a**, **b** e **c**.

Para CADA GRÁFICO obtido **registra** ambas as equações:

$$y = \dots\dots\dots$$

$$y' = \dots\dots\dots$$



Completa o quadro ao lado com a expressão analítica da função derivada de uma qualquer função quadrática:



$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y' = \dots\dots\dots$$



Tarefa 7

Transformações geométricas no plano (proposta de aula)

Prepare a apresentação:



Projecte o Autograph num quadro branco ou interactivo.



Abra uma nova página 2D no Nível padrão.



Para ampliar, clique no botão esquerdo sobre a origem.



Seleccione *Modo de Aspecto Igual* (indispensável para rotações e reflexões!)



No menu *Editar Eixos* confirme que os intervalos entre marcas, em ambos os eixos, são 1.



Seleccione *Grelha Ajustada às Unidades* (os pontos serão colocados nos vértices da grelha).



Organize os restantes materiais: vai precisar de quatro pares de marcadores coloridos com bostik no verso. Reserve ainda mais um marcador para assinalar o centro de rotações e homotetias.

A aula está pronta a começar.

Actividade dos alunos

Escolha quatro alunos para vir ao quadro e entregue um par de marcadores a cada um. Peça a cada aluno para colocar **apenas um** dos seus marcadores na imagem projectada da página Autograph, devendo ficar no interior do quadrado de vértices $(0,0)$, $(4,0)$, $(4,4)$ e $(0,4)$

Actividade do professor

Antes de fazer qualquer outra coisa, peça apenas a cada aluno para colocar o segundo marcador na posição final resultante de uma rotação – não diga mais nada e aguarde as reacções...

Claro que os alunos não sabem qual a amplitude, o centro ou a direcção da rotação... e são precisamente estas as questões que espera que eles lhe coloquem. Se considerar adequado, alargue o diálogo aos restantes alunos.

Continuação

Definidos o centro, a amplitude e a direcção da rotação, peça aos alunos para colocar o segundo marcador no ponto correspondente à imagem. Debata as respostas com o grupo-turma e, obtido um consenso, verifique a sua correcção usando o Autograph. Use o último marcador para assinalar o centro da rotação e lembre-se... é importante treinar antecipadamente todos os procedimentos que vai usar!

A. Rotação

Actividade do professor (no computador)

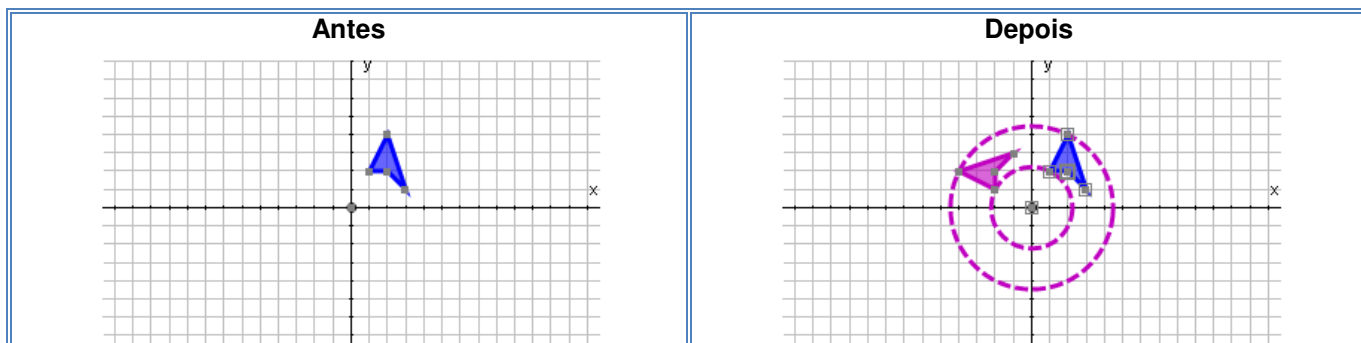


Marque um ponto na posição correspondente a cada um dos quatro marcadores originais.



Seleccione os quatro pontos, clique no botão direito e escolha *Agrupar na Forma*.

- ☐+ Marque o ponto correspondente ao centro de rotação (neste caso, a origem dos eixos).
- ☞ Seleccione ao mesmo tempo o polígono e o ponto. Clique no botão direito e escolha *Rotação*. Por defeito, o Autograph assume a amplitude de 90° em sentido directo.



Pode alterar a forma do quadrilátero deslocando **um só** vértice. Também pode deslocar todo o polígono ou o centro – mas apenas depois de debater com os alunos o que irá acontecer e de registar as suas conjecturas.

⚡ **Dar vida à imagem** – pode animar o polígono-imagem seleccionando-o e clicando em *Animar Objecto*.

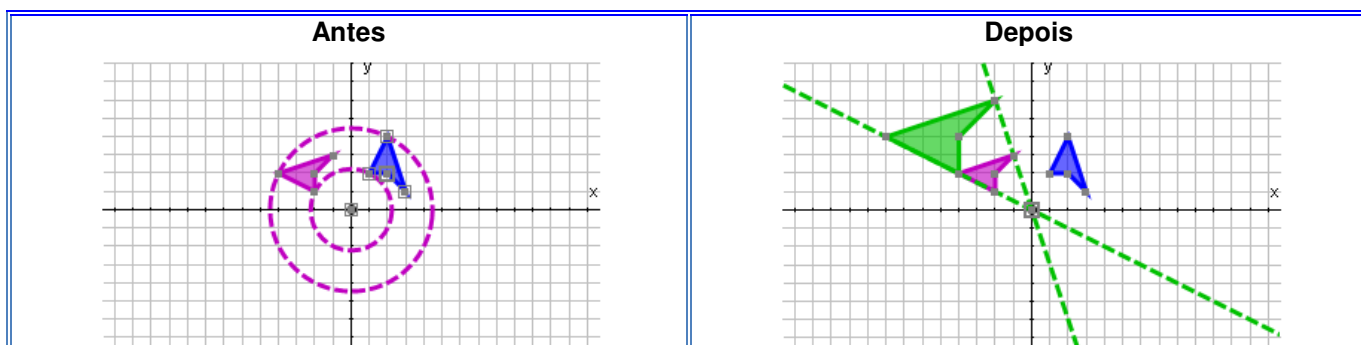
Desenvolvimento da aula – depende da forma como os alunos irão reagir e do trabalho ‘de papel e lápis’ que lhes queira propor.

B. Homotetia

O protocolo inicial é idêntico ao seguido no caso da rotação.

Actividade do professor (no computador)

- ☐+ Marque o ponto correspondente ao centro da homotetia (neste caso, a origem dos eixos).
- ☞ Seleccione ao mesmo tempo a imagem da rotação e o ponto. Clique no botão direito e escolha *Ampliação*. Por defeito, o Autograph assume a razão de semelhança 2.



C. Reflexão

O protocolo inicial é idêntico ao seguido no caso da rotação.

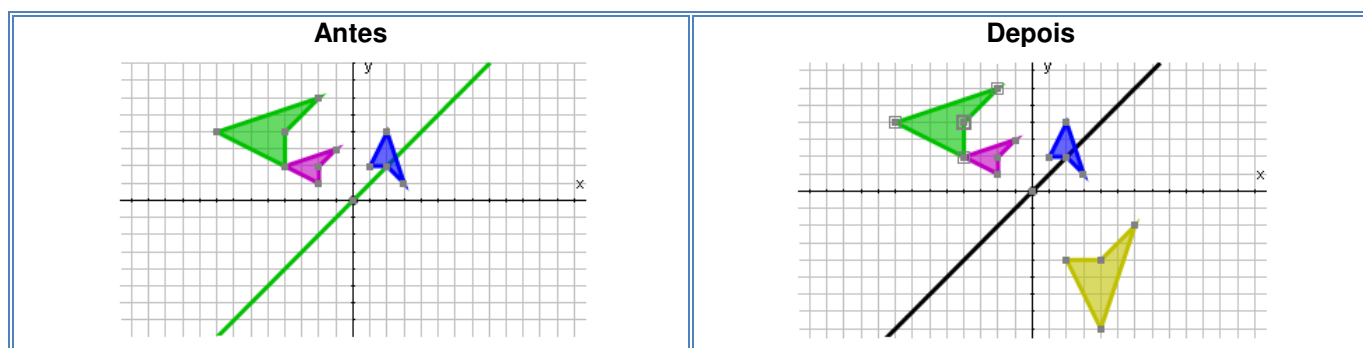
Actividade do professor (no computador)



Insira a equação da recta correspondente ao eixo de reflexão: por exemplo, $y = x$.



Selecione a imagem da homotetia e a recta. Clique no botão direito e escolha *Reflexão*.



D. Translação

Pré-requisito: saber trabalhar com vectores no Autograph.

O protocolo inicial é idêntico ao seguido no caso da rotação.

Actividade do professor (no computador)



Marque dois pontos (a origem e a extremidade do vector associado à translação).

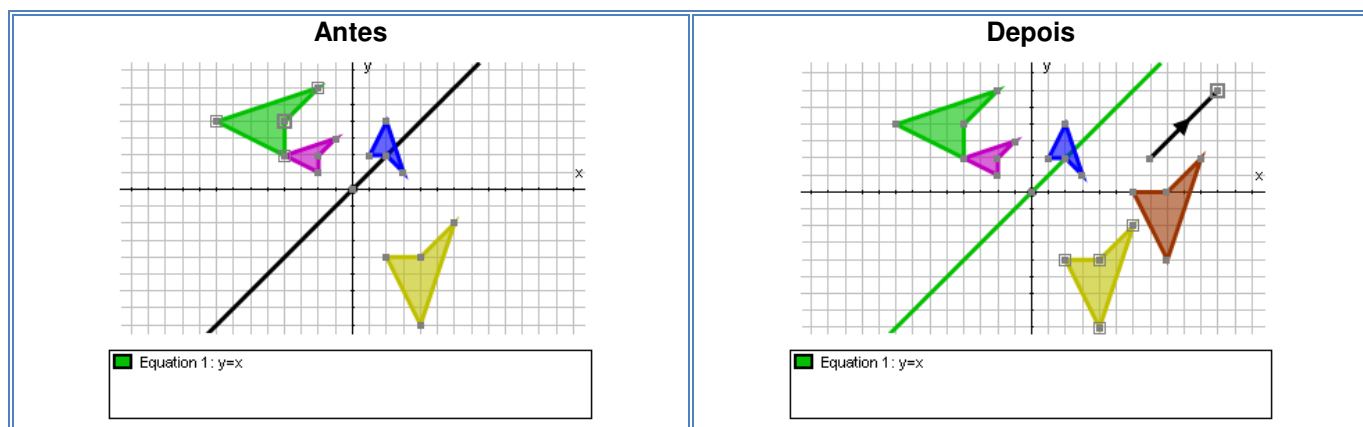


Selecione **ambos** os pontos (primeiro a origem e depois a extremidade), clique no botão direito e escolha *Criar Vector*,



Selecione a imagem da reflexão e o vector, clique no botão direito e escolha *Translação*.

Nota: Peça aos alunos para conjecturar o que irá acontecer se seleccionar a extremidade do vector e a deslocar.





Tarefa 8

Adição e subtração de vectores



Abre uma página 2D no Nível Padrão



Selecciona *Modo de Aspecto Igual*.



No menu *Eixos* define x no intervalo [-15,15] e y no intervalo [-10,10]; confirma ainda que o Intervalo entre marcas em ambos os eixos é 1.



Insere três pontos em (10,5), (10,3) e (10,1)



Selecciona o ponto (10,5).



Clica no botão direito para *Criar Vector* $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$



Selecciona o ponto (10,3)



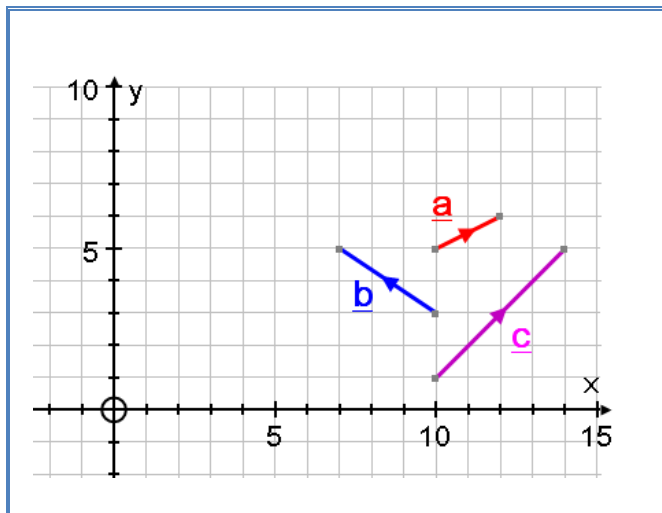
Clica no botão direito para *Criar Vector* $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$



Selecciona o ponto (10,1)



Clica no botão direito para *Criar Vector* $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$



Insere um ponto em (-10,-5)



Selecciona este ponto **e** o vector **b**; clica no botão direito para *Copiar Vector*.



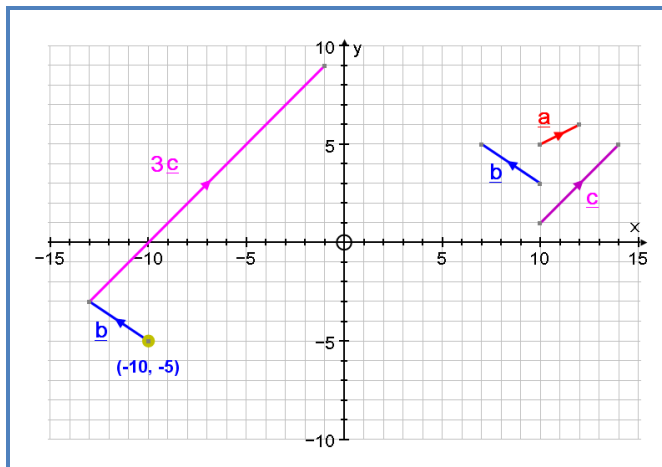
Selecciona o ponto na extremidade do vector copiado **e** o vector **c**; usa o botão direito para *Multiplicar Vector* e altera o *Factor* para 3.



Selecciona estes **três** objectos:

- o ponto (-10,-5),
- a cópia do vector **b**
- o vector **3c**

Usa o botão direito para *Adicionar Vectores*.



No teu caderno, traça e determina:

- (i) $3\mathbf{c} + \mathbf{a}$
- (ii) $2\mathbf{b} - \mathbf{a}$
- (iii) $\mathbf{c} - 2\mathbf{b}$
- (iv) $\mathbf{a} + \mathbf{c} - \mathbf{b}$
- (v) $\frac{1}{2}(\mathbf{c} - \mathbf{a})$

Usa o Autograph para confirmar os resultados obtidos.



Tarefa 9

Ângulos na circunferência



Abre uma página 2D no Nível Padrão



Selecciona *Modo de Aspecto Igual*.



Insere um ponto em (0, 0), clica no botão direito do rato para construir um círculo de raio $r = 3,5$.



Remove os eixos.



Em *Eixos* selecciona *Remover Chave*.



Marca três pontos na circunferência (designados por A, B e C na figura ao lado.)



Selecciona **dois** pontos (A e C), clica no botão direito e escolhe *Segmento de Recta*.



Repete o processo com os pontos B e C.



Une ainda os pontos A e B ao **centro** do círculo, tal como mostra a figura.



Selecciona os pontos A, C e B (por esta ordem); com o botão direito, selecciona *Ângulo* para determinar a medida da amplitude do ângulo inscrito ACB.



Repete o processo para determinar a medida da amplitude do ângulo AOB.



Podes confirmar sobrepondo um **transferidor** ao ecrã.



No caderno, **registra** os valores observados numa tabela com duas colunas: 'ângulo inscrito' e 'ângulo ao centro'.



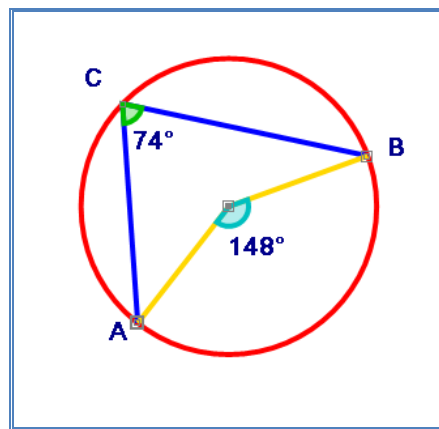
Selecciona um dos pontos A ou B (**não** C) e desloca-o para uma nova posição. Verifica a medida da amplitude dos ângulos e **registra-os na tua tabela**.



Repete o processo anterior (move A ou B e determina as amplitudes) até considerares ter dados suficientes para responder à seguinte questão:



Qual é, na tua opinião, a relação entre as medidas do ângulo inscrito numa circunferência e do ângulo ao centro correspondente? Explica, por **palavras tuas**, a conjectura feita.





Tarefa 10

Volumes de revolução



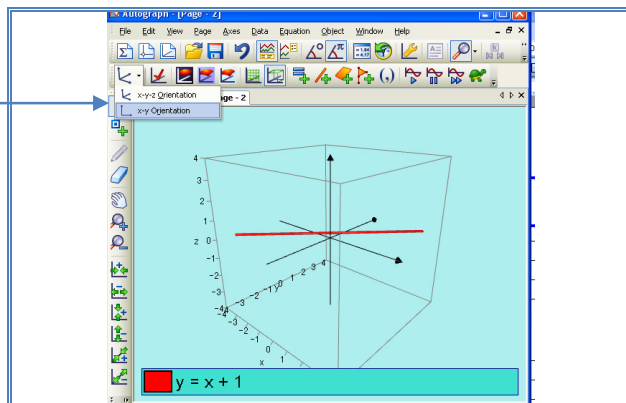
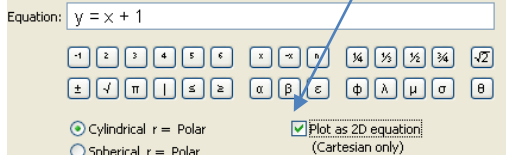
Abre uma página 3D no Nível Avançado.



Selecione a *Orientação x-y*



Insere a equação $y = x + 1$ e confirma a opção *Traçado como Equação 2D*.



Insere dois pontos no gráfico em $x=0$ e $x=2$



Selecione ambos os pontos.



Clica no botão direito, escolhe *Encontrar Área*, selecciona *Método > Rectângulo* e define 2 em *Intervalos*.



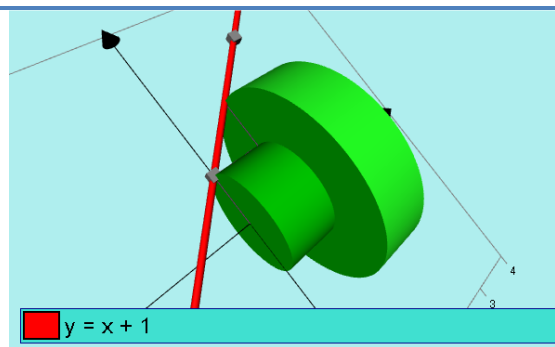
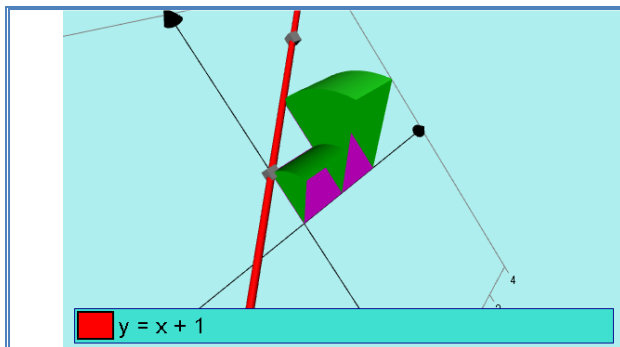
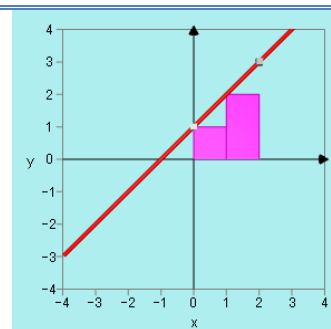
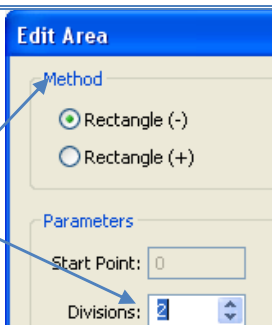
Selecione *Modo de Traçado lento*.



Selecione a área sombreada.

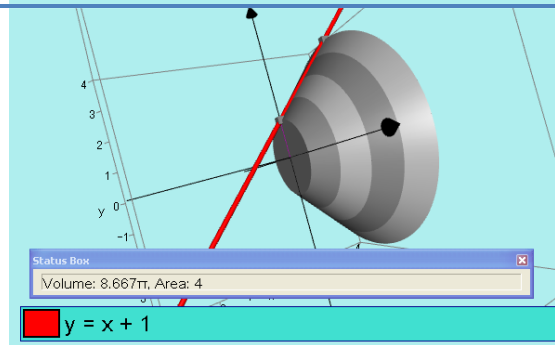


Clica no botão direito e selecciona *Calcular Volume*.



É possível alterar a equação e/ou a posição dos dois pontos no gráfico.

Pode-se também optar pela regra do Trapézio e aumentar o número de intervalos.





Tarefa 11

Inserir imagens no Autograph



Abre uma página 2D no Nível Padrão.



Escolhe *Modo de Aspecto Igual*.

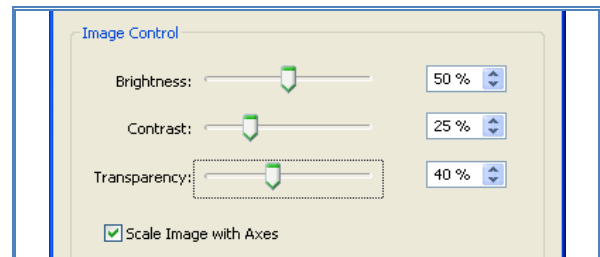
Usa o menu Objecto (ou o botão direito do rato, com o cursor sobre a página) e escolhe Introduzir imagem.

A imagem que se pretende inserir deve ter sido previamente guardada – a imagem ao lado foi retirada do Multimap para uma tarefa de Escalas e Medidas. À imagem acrescentaram-se um ponto, um vector N (Norte) e outro vector. Seleccionando-se os três pontos obtém-se a medida dinâmica da amplitude do ângulo.



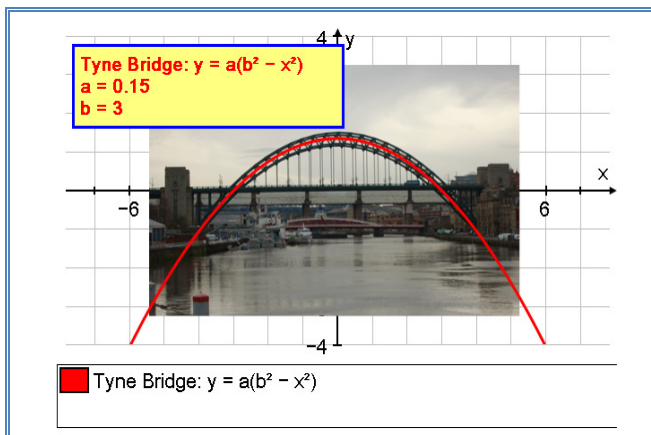
Para editar a imagem:

Clica duas vezes sobre a imagem para escolher (ou não) *Adequar à Escala dos Eixos*. Pode também ajustar-se a luminosidade, o contraste e a transparência. Baixar a transparência para cerca de 40% permite visualizar a quadrícula por detrás.



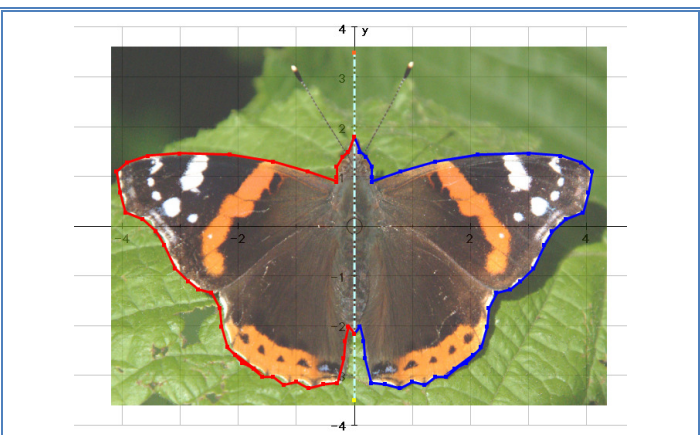
Modelação

Esta imagem da ponte Tyne em Newcastle mostra como se pode usar a Matemática na modelação de situações da vida real. Muitos outros exemplos podem ser usados.



Simetria na Natureza

Insere os pontos necessários para contornar a asa direita. Selecciona todos os pontos e usa o botão direito para *Converter em Conjunto de Dados*. Clica duas vezes no conjunto de dados e escolhe *Unir Pontos*. Selecciona o conjunto de dados, clica no botão direito (ou no menu *Objecto*) escolhe *Reflexão no eixo y*.





Tarefa 12

Funções definidas por ramos



Abre uma página 2D no Nível Padrão.

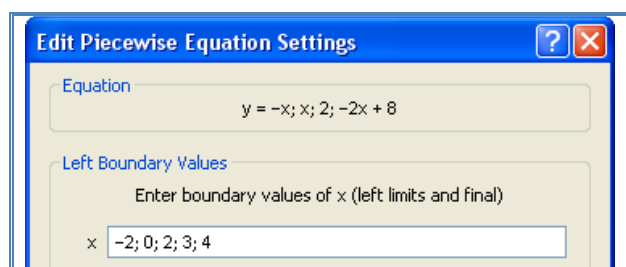
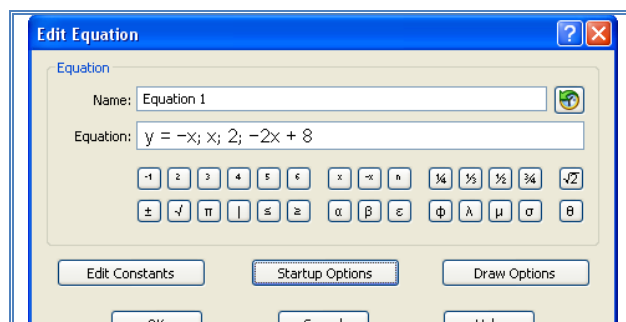


Selecciona *Inserir Equação* e introduz as diferentes expressões analíticas separadas entre si por ponto e vírgula.

Antes de clicar em OK :

Selecciona Opções de Arranque e utiliza esta caixa para introduzir os extremos de cada um dos ramos da função, separados por ponto e vírgula, tal como mostra a figura ao lado.

ATENÇÃO! Porque a vírgula é usada na notação decimal, a versão portuguesa do Autograph usa como separador o **ponto e vírgula**. Outras versões podem usar como separador apenas a vírgula (quando na notação decimal se usa o ponto).

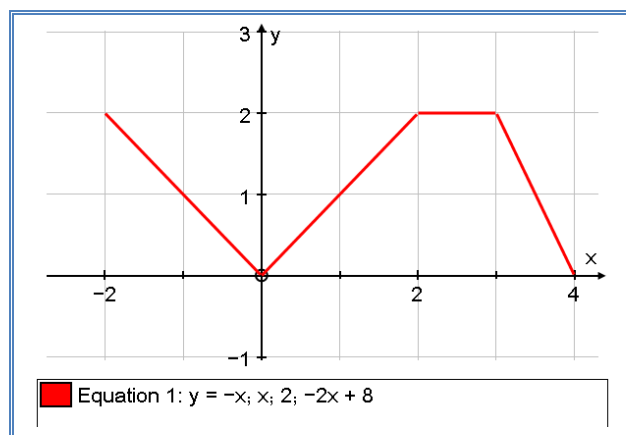


Agora clica em OK.



Clica o botão *Ampliar* para visualizar melhor o gráfico.

A ferramenta seguinte é muito útil na análise e interpretação de gráficos – quando, por exemplo se pretende relacionar variáveis como tempo e distância:



Marca um ponto sobre o gráfico.



Selecciona o ponto marcado. Com o menu Objecto ou o botão direito do rato, acrescenta:

- Linha vertical
- Linha horizontal



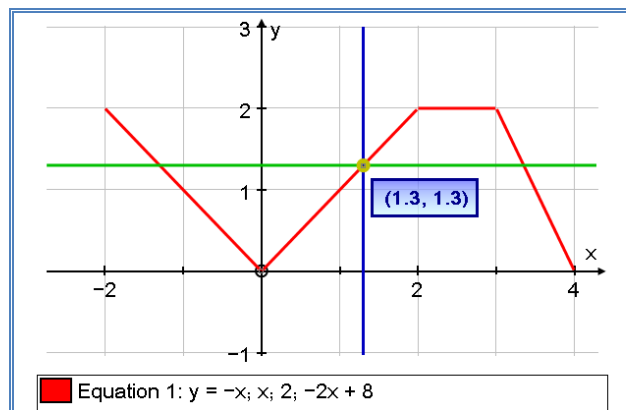
Caixa de Texto dinâmica



Desloca o ponto usando as teclas de cursor ou o rato, de preferência com a quadrícula ajustada às décimas...



... ou também podes utilizar o botão de controle de animação do ponto.





Tarefa 13

Tratamento de dados inteiros (uma variável)

Começa por abrir as **duas** aplicações: Autograph e Excel.



Abre uma nova página de Estatística no Autograph.

Abre o ficheiro de dados Excel e selecciona a coluna pretendida.

Dica! - Usa a célula superior para atribuir um **nome** ao conjunto de dados.

Copia (usa Ctrl+C) e muda para o Autograph (experimenta usar Alt+Tab).



+ Clica *Inserir Dados Agrupados* e escolhe *Dados em Bruto* – abrem-se estas duas janelas:

Selecciona *Dados Inteiros* e insere os limites do intervalo de variação dos dados.

Cola os dados (Ctrl+V) e clica OK.

Nada parece acontecer – mas se estiveres atento(a) vais reparar que se **iluminaram** vários ícones na Barra de Ferramentas:



Histograma



Diagrama de Extremos e Quartis,

etc.

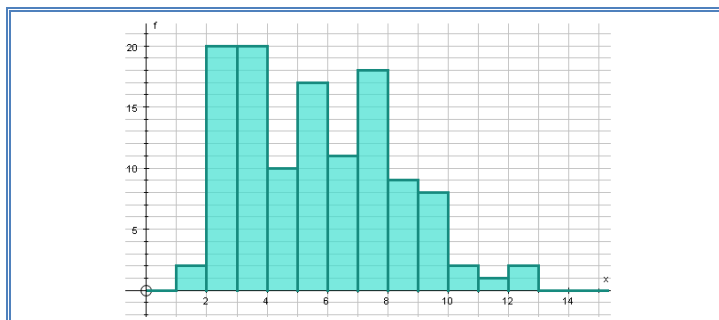
Explora-os!



Usa *Arrastar e Ampliar* conforme necessário.



- estes botões permitem aceder ao tratamento dos dados na Caixa de Resultados.





Tarefa 14

Diagramas de dispersão (duas variáveis)

Começa por abrir as **duas** aplicações: Autograph e Excel.

Abre o ficheiro de dados Excel e selecciona a coluna pretendida.

Copia (usa Ctrl+C) e muda para o Autograph (experimenta usar Alt+Tab).



Abre uma nova página 2D.

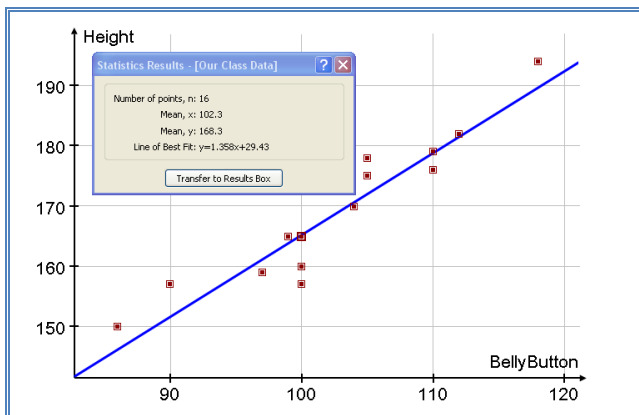
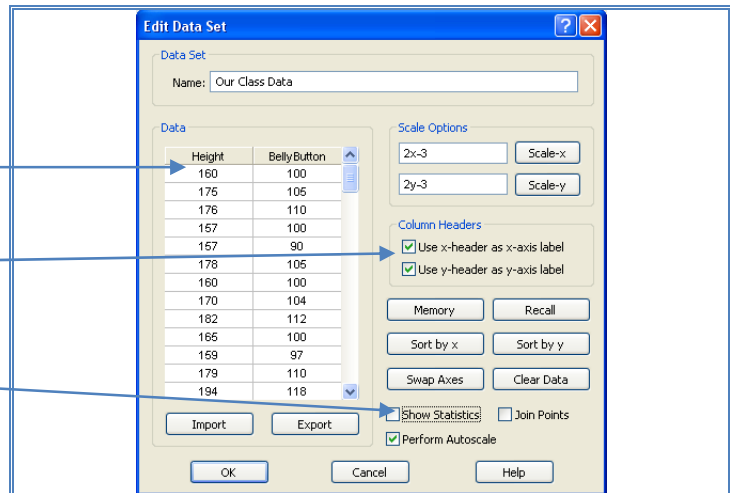


Clica *Introduzir Conjunto de Dados*.

Cola (Ctrl V) os dados do Excel.

Usa *Cabeçalhos da Colunas* como rótulos dos eixos.

Vê abaixo o que ocorre quando se assinala *Mostrar Estatísticas*.



A figura ao lado mostra o diagrama de dispersão com a recta de regressão (y-sobre-x), que se pode obter no menu *Objecto* ou clicando no botão direito do rato.

Para visualizar a caixa de texto com os resultados da análise, escolhe *Mostrar Estatísticas* (ver figura acima).

Podes também manter ou não a opção *Escala Automática*.

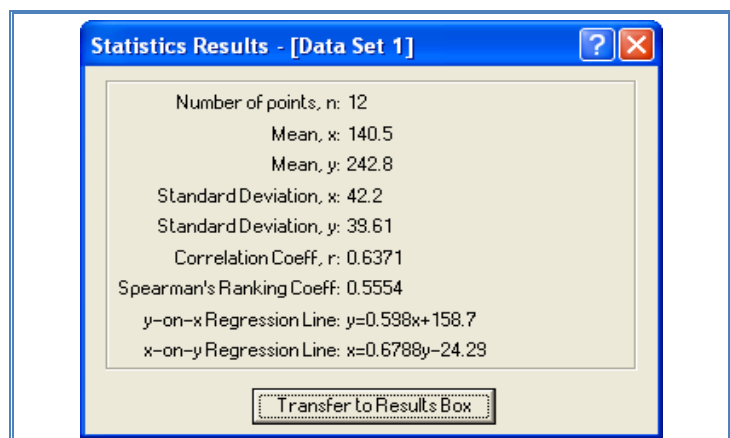
No Nível Avançado, a Opção *Mostrar Estatísticas* fornece informação mais detalhada, como mostra a figura ao lado.



Experimenta pressionar a tecla Ctrl enquanto deslocas um ponto do conjunto de dados.



Observa o que acontece aos resultados quando o ponto é deslocado.





Tarefa 15

Mínimos quadrados (proposta de aula)

Prepare o Autograph para projecção no quadro branco / interactivo:



Abra uma nova página 2D no Nível Padrão.



No menu *Eixos > Editar Eixos* defina x entre 0 e 12, y entre 0 e 8.



Clique *Modo de Aspecto Igual*.

A aula está pronta a começar.

●●● Actividade dos alunos

Peça a três alunos para colocar um marcador colorido num ponto qualquer à sua escolha (sugira que os valores das coordenadas sejam inteiros). Pode usar mais do que três pontos mas, numa aula de introdução de conceitos, o máximo deve ser cinco – e com três a aula já resulta bem.

Pode então encetar uma breve exposição sobre o conceito de regressão ou, dependendo do nível dos alunos, pedir-lhes para calcular o coeficiente de correlação ou a equação da recta de regressão.

Actividade do professor (no computador)



Use o Modo de Ponto para marcar no Autograph os pontos escolhidos pelos alunos.

No menu *Objecto* escolha *Seleccionar Todos os Pontos* e depois *Converter em Conjunto de Dados*.



Selecione o conjunto de dados, clique no botão direito e escolha *Média*.

No quadro, evidencie a média colocando sobre ela mais um marcador de cor diferente.



Acrescente um ponto aleatório num ponto afastado da página.



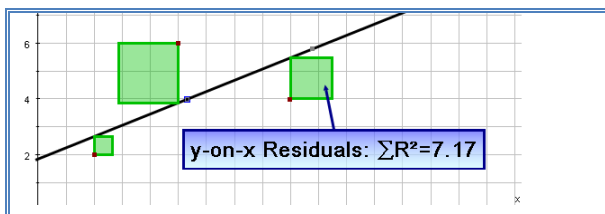
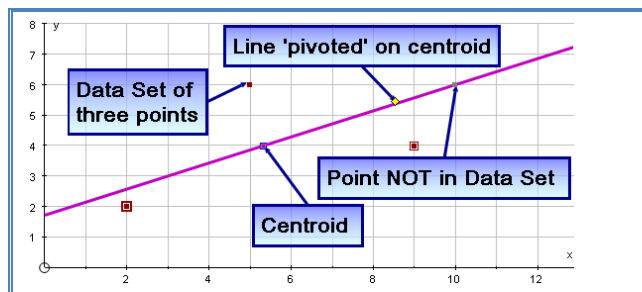
Selecione este ponto e a média, clique no botão direito e escolha *Recta*.



Ajuste a grelha às décimas



Selecione o ponto aleatório e, antes de o deslocar, debata com a turma o que irá acontecer.



Selecione a recta e o conjunto de dados, clique no botão direito e escolha *Residuais y-sobre-x*. Pode visualizá-los como quadrados (ver figura) ou como segmentos. Enquanto desloca a recta, debata com os alunos as variações nos resíduos.

A equação da recta de regressão é apresentada na Caixa de Estado:

